Prof. Dr. A. Schwill, Dr. Peter-Uwe Zettiér, Marco Thomas
Institut für Informatik 29.10.97

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen, Daten, Programme I
Blatt 3

Abgabe: 4.11.97, 13.00 Uhr im Postfach von Herrn Zettiér bzw. von Herrn Thomas in Raum 1.2.2.08

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Geben Sie zwei Prozesse an, die durch den Algorithmus für Mischen aus Abschnitt 2.2.5 beschrieben werden.

Aufgabe 2: (7 Punkte)
Gegeben ist eine Dose (Spieldose), die anfangs schwarze und weiße Kugeln enthält, ferner eine Vorratsdose mit einem unbeschränkten Vorrat von weiteren schwarzen Kugeln.
Nun führt man wiederholt folgenden Spielzug durch:
Ziehe blind zwei Kugeln aus der Spieldose. Falls sie die gleiche Farbe haben, wirf sie weg und füge eine schwarze Kugel aus der Vorratsdose hinzu. Besitzen sie verschiedene Farben, so entferne nur die schwarze und gib die weiße in die Spieldose zurück.
Man zeige, daß das Verfahren stets terminiert. Welche Farbe besitzt die letzte Kugel in Abhängigkeit von der ursprünglichen Zahl der weißen und schwarzen Kugeln in der Spieldose?

Aufgabe 3: (5 Punkte)
Sei X eine beliebige Menge. $M \subseteq X$ sei eine beliebige abzählbare Menge, $M' \subseteq X$ eine beliebige endliche Menge. Beweisen oder widerlegen Sie:

a) MxM ist abzählbar.	f) M'xM' ist abzählbar.
b) 2^M ist abzählbar.	g) $2^{M'}$ ist abzählbar.
c) $\{f \mid f: M \to M\}$ ist abzählbar.	h) $\{f \mid f: M' \to M'\}$ ist abzählbar.
d) M^* ist abzählbar.	i) M'^* ist abzählbar.
e) $X \setminus M$ ist abzählbar.	j) $X \setminus M'$ ist abzählbar.

Aufgabe 4: (8 Punkte)
Sei $M \subseteq \{f \mid f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}$ eine beliebige abzählbare Menge von totalen Funktionen. Definieren Sie eine Funktion $g: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, so daß gilt
(1) $g(n)=1$, falls n gerade ist,
(2) $g \notin M$.
Hinweis: Verwenden Sie das Prinzip der Diagonalisierung.

Aufgabe 5: (14 Punkte)
Zeigen Sie ohne Verwendung von Satz H [Kap. 3]:

a) Es gibt keinen Algorithmus, der für beliebige Algorithmen $\alpha \in X^*$ ausgibt, ob $D(f_\alpha)=X^*$ gilt oder nicht. Man kann also keinen Algorithmus angeben, der beliebige andere Algorithmen als Eingabe erhält und ausgibt, ob diese für jede Eingabe terminieren oder nicht.

b) Es gibt keinen Algorithmus, der für beliebige Algorithmen $\alpha \in X^*$ ausgibt, ob $f_\alpha(w)$ eine konstante Funktion ist oder nicht. Man kann also keinen Algorithmus angeben, der beliebige andere Algorithmen als Eingabe erhält und ausgibt, ob diese für alle Eingaben stets denselben festen Wert ausgeben oder nicht.