

Übungen zur Vorlesung Semantik und Programmverifikation

Blatt 6

Aufgabe 1:

Zu festem $M \subseteq \mathbb{N}$ sei $F: 2^{\mathbb{N}} \rightarrow 2^{\mathbb{N}}$ definiert durch

$$F(X) = X \cup M.$$

Man zeige, daß F stetig ist und gebe $\text{Fix}(F)$ an.

Aufgabe 2:

Sei D ein Datentyp. Man zeige die Monotonie von

$$\tau: [D \rightarrow D] \rightarrow [D \rightarrow D] \text{ mit}$$

$$\tau(f) = f \circ f.$$

Aufgabe 3:

Man bestimme den kleinsten Fixpunkt folgender Funktionale:

a) $\tau: [\text{int} \rightarrow \text{int}] \rightarrow [\text{int} \rightarrow \text{int}]$ mit

$$\tau(f)(x) = \begin{cases} x+1, & \text{falls } x < 0, \\ f(x-1), & \text{sonst.} \end{cases}$$

b) $\tau: [\text{int} \times \text{int} \rightarrow \text{int}] \rightarrow [\text{int} \times \text{int} \rightarrow \text{int}]$ mit

$$\tau(f)(x,y) = \begin{cases} y+1, & \text{falls } x=y, \\ f(x, f(x-1, y+1)), & \text{sonst.} \end{cases}$$