

Übungen zur Vorlesung Semantik und Programmverifikation

Blatt 5

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, daß nicht jede monotone Funktion stetig ist, d.h. die Umkehrung von Lemma G gilt nicht.

Aufgabe 2:

Sei $(M, \leq)$ eine Halbordnung und $S \subseteq M$. Man zeige, daß kleinstes und größtes Element sowie Infimum und Supremum eindeutig bestimmt sind, falls sie existieren. Man gebe eine Halbordnung an, die ein kleinstes, aber kein größtes bzw. weder ein kleinstes noch ein größtes Element besitzt.

Aufgabe 3:

Geben Sie eine Halbordnung an, die nicht ketten-vollständig ist.

Aufgabe 4:

Die Potenzmenge $P(\mathbb{N})$ bildet mit der Inklusion $\subseteq$ eine cpo. Warum?

Sei $M \subseteq \mathbb{N}$ eine feste Menge.

- a) Berechnen Sie den kleinsten Fixpunkt von $f: P(\mathbb{N}) \rightarrow P(\mathbb{N})$ mit $f(X) = X \cup M$.
- b) Berechnen Sie den kleinsten Fixpunkt von g mit $g(X) = X \times M \cup M$ für alle X aus einem passenden Bereich, der $P(\mathbb{N})$ enthält (welcher?).