Übungen zur Vorlesung
Grundlagen der Programmierung II
Blatt 8

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein File $h=x_1,...,x_n$ vom Typ integer. Eine Teilfolge $x_i x_{i+1}...x_k$ von h heißt *Lauf*, falls $x_j \leq x_{j+1}$ für $1 \leq j \leq k-1$. Der Lauf heißt *maximal*, falls zusätzlich gilt: $x_{i-1}>x_i$ und $x_k>x_{k+1}$. Die Länge des Laufs ist k-i+1. Man schreibe eine PASCAL-Programm, das ohne Arrays auskommt und die Länge des längsten maximalen Laufs und dessen Elemente ausgibt.

Aufgabe 2:

a) Beschreiben Sie ein Algorithmus, der aus der Binärdarstellung einer natürlichen Zahl n die Zahl 2^n berechnet.

   Die Eingabe des Algorithmus ist die natürliche Zahl k und die Folge $b_k...b_0$ mit $b_i \in \{0,1\}$ **{**SONDZEICHEN 34 \f "Symbol" \s 12**}** i und $b_k=1$. (die Binärdarstellung einer natürlichen Zahl)

   Der Algorithmus soll im Einheitskostenmodell höchstens 2*[log n]+1 Multiplikationen benötigen. Dabei dürfen Multiplikationen nicht durch Folgen von Additionen oder Shift-Operationen ersetzt werden.

b) Für welche k+1 Bit Eingabefolge benötigt der konstruierte Algorithmus die meisten Multiplikationen?

c) Wenn man die realistische Annahme macht, daß eine Multiplikation a*b Aufwand in Höhe von [log a]+1+[log b]+1 im logarithmischen Kostenmodell verursacht, wie groß ist dann die Zeitkomplexität des in (a) konstruierten Algorithmus? Führen Sie einen exakten Beweis!

Anm. [...] steht für die Pascal-Operation trunc(), d.h. die Umwandlung eines real-Wertes in einen integer-Wert durch Abschneiden der Nachkommastellen.

Aufgabe 3:

Unter p Personen kursiert eine ansteckende Krankheit. Um die Kranken von den Gesunden zu trennen, werden von allen p Personen Blutproben entnommen und auf Viren untersucht. Offenbar kann man durch Analyse jeder einzelnen Probe feststellen, ob die zugehörige Person gesund oder krank ist. Dies erfordert insgesamt p langwierige Analysen.

Diese Prozedur möchte man beschleunigen. Statt daher alle p Proben einzeln auf Viren zu untersuchen, werden jeweils Teile mehrerer Proben zusammengeschüttet und analysiert. Die Analyse gibt dann Auskunft darüber, ob sich in der Gruppe wenigstens ein Kranker befindet, oder ob alle Personen der Gruppe gesund sind. Läßt sich durch geeignete Wahl der Gruppen die Anzahl der nötigen Analysen verringern?

Aufgabe 4:

Beweisen Sie:

a) Der Algorithmus A mit $T_A(n)=n^k$ ist asymptotisch schneller als der Algorithmus B mit $T_B(n)=2^n$ für alle $n,k\in IN$.

b) Für zwei Funktionen $f,g: IN\rightarrow IN$ mit $f(n)>0$ und $g(n)>0$ für alle $n\in IN$ gilt:

$$\max\{f(n),g(n)\}=O(f(n)+g(n))$$

c) Für zwei Funktionen $f,g: IN\rightarrow IN$ mit $f(n)>0$ und $g(n)>0$ und für alle $n\in IN$ gilt:

$$f(n)+g(n)=O(\max\{f(n),g(n)\})$$