Prof. Dr. A. Schwill, Marco Thomas, Dr. Peter-Uwe Zettiér
Institut für Informatik

10.06.1998

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen, Daten, Programme II
Blatt 9

Abgabe: 16.6.98, 13.00 Uhr im Postfach von Herrn Thomas bzw. Herrn Zettiér in Raum 1.2.2.08

Aufgabe 1: Kantenanzahl in ungerichteten Graphen

Zeigen Sie: Für jeden ungerichteten Graphen G=(V,E) gilt

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|.$$

Aufgabe 2: Adjazenzlisten

a) Schreiben Sie eine Funktion in PASCAL, die einen Graph G=(V,E) mit V={1,...,n} einliest und als Ergebnis einen Zeiger auf die Adjazenzlistendarstellung des Graphen liefert. Die Eingabe bestehe aus der Zahl n gefolgt von den Kanten $\{i,j\} \in V$ in Form von Paaren $i \sqcup j$.
b) Schreiben Sie eine Prozedur zum Löschen eines Knoten aus dem Graphen.
c) Der **Abstand** zweier Knoten u, v ist definiert als die Länge des kürzesten Weges zwischen u und v. Schreiben Sie eine Funktion, die zu einem beliebigen Knoten v des Graphen eine Liste aller Knoten im Abstand 2 von v liefert.

Aufgabe 3: Topologisches Sortieren

Implementieren Sie in PASCAL den Algorithmus für das topologische Sortieren aus der Vorlesung und führen Sie für die folgende Halbordnung einen Testlauf durch:
1<3, 3<7, 7<4, 7<5, 4<6, 9<2, 9<5, 2<8, 5<8, 8<6

Aufgabe 4: Laufzeit

a) Beschreiben Sie ein Algorithmus, der aus der Binärdarstellung einer natürlichen Zahl n die Zahl 2^n berechnet.
Die Eingabe des Algorithmus ist die natürliche Zahl k und die Folge $b_k \dots b_0$ mit $b_i \in \{0,1\}\ \forall$ i und $b_k = 1$. (die Binärdarstellung einer natürlichen Zahl)
Der Algorithmus soll im Einheitskostenmodell höchstens 2*[log n] + 1 Multiplikationen benötigen. Dabei dürfen Multiplikationen nicht durch Folgen von Additionen oder Shift-Operationen ersetzt werden.
b) Für welche k+1 Bit Eingabefolge benötigt der konstruierte Algorithmus die meisten Multiplikationen?
c) Wenn man die realistische Annahme macht, dass eine Multiplikation a*b Aufwand in Höhe von [log a] +1 + [log b] +1 im logarithmischen Kostenmodell verursacht, wie groß ist dann die Zeitkomplexität des in Aufg (a) konstruierten Algorithmus? Führen Sie einen exakten Beweis!

Anm. [..] steht für die Pascal-Operation trunc(), d.h. die Umwandlung eines real-Wertes in einen integer-Wert durch Abschneiden der Nachkommastellen.