Prof. Dr. A. Schwill, Marco Thomas, Dr. Peter-Uwe Zettiér
Institut für Informatik 24.06.1998

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen, Daten, Programme II
Blatt 11

Abgabe: 30.6.98, 13.00 Uhr im Postfach von Herrn Thomas bzw. Herrn Zettiér in Raum 1.2.2.08

Aufgabe 1: O-Notation

a) Zeigen Sie: f(n)=O(g(n)), g(n)=O(h(n)) => f(n)=O(h(n)) , f(n), g(n) >0 $\forall$n.
b) Widerlegen Sie: $n^2 = O(n)$
c) Beweisen Sie: Die Funktion T definiert durch die Rekursionsgleichung

$$T(n) = \begin{cases} a, & \text{für } n = 1 \\ c * T(n/d) + b * n^k, & \text{für } n > 1 \end{cases} \qquad \text{mit a, b, c, } d, k > 0$$

beträgt

$O(n^{\log_d c})$ für $c > d^k$

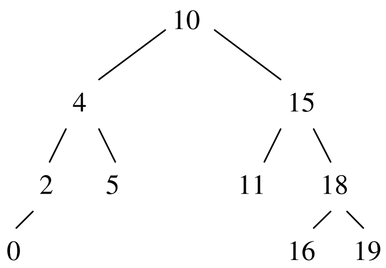
$O(n^k)$ für $c < d^k$

$O(n^k \log n)$ für $c = d^k$

Hinweis: Versuchen Sie die Aussage zunächst für den Fall zu zeigen, dass n eine Potenz von d ist.

Aufgabe 2: AVL-Baum

Stellen Sie für den unten angegebenen Suchbaum - falls nötig - die AVL-Eigenschaft her. Fügen Sie in die Suchmenge nacheinander die Zahlen 12, 13 und 1 ein und löschen Sie sodann die Zahlen 5, 0, 4 und 10. Sorgen Sie dafür, dass die AVL-Eigenschaft nach jeder Operation erfüllt ist. Geben Sie jeweils an, um welchen Rotationstyp es sich handelt.



Aufgabe 3: Entscheidungsbaum

Unter p Personen kursiert eine ansteckende Krankheit. Um die Kranken von den Gesunden zu trennen, werden von allen p Personen Blutproben entnommen und auf Viren untersucht. Offenbar kann man durch Analyse jeder einzelnen Probe feststellen, ob die zugehörige Person gesund oder krank ist. Dies erfordert insgesamt p langwierige Analysen.

Diese Prozedur möchte man beschleunigen. Statt daher alle p Proben einzeln auf Viren zu untersuchen, werden jeweils Teile mehrerer Proben zusammengeschüttet und analysiert. Die Analyse gibt dann Auskunft darüber, ob sich in der Gruppe wenigstens ein Kranker befindet, oder ob alle Personen der Gruppe gesund sind. Durch geeignete Wahl der Gruppen möchte man im allgemeinen Falle immer mit weniger als p Analysen auskommen.

Geht das oder geht das nicht?